

# استفاده از اقتصاد ریاضی برای فروش شراب در فرانسه یا اوراق خزانه

نویسنده: فیلیپ فوریه و میکائل ویسر<sup>۱</sup>

مترجم: سید علی حائری روحانی

ویراستاران: فرح‌الله محمودی، ارسلان شادمان

در فرانسه شراب‌های نامدار و یا اوراق خزانه در مزایده‌های حضوری معامله می‌شوند. شیوه این کار چیست؟ پاسخ این سؤال در تکمیل الگوسازی عمومی مزایده‌ها به وسیله بررسیهای اقتصاد ریاضی است.

در سالن‌های فروش ریشلیو دروا<sup>۲</sup> عمده‌فروشی شراب به صورت مزایده بالارونده کلاسیک یا مزایده به روش انگلیسی است. در این روش مسئول فروش ابتدا رقم کوچکی را اعلام می‌کند و سپس به تدریج قیمت را بالا می‌برد تا آنکه فقط یک خریدار باقی بماند و دیگران منصرف شوند و جنس مورد نظر به آخرین بها به او فروخته شود. هنگامی که چند جعبه فراورده مشابه به مزایده گذاشته می‌شود روندی که «قرار خرید» یا اُپسیون خوانده می‌شود به برنده مزایده این اختیار را می‌دهد تا هر تعداد جعبه‌های مشابه را که مایل است به همان قیمت خریداری کند. (در غیر این صورت جعبه‌ها یکی پس از دیگری

---

<sup>۱</sup> Février, Philippe et Visser, Michael: *De l'économétrie pour vendre des vins ou des obligations*, in: *L'explosion des mathématiques*, SMF et SMAI, Paris, 2002, p. 61-65

<sup>۲</sup> Richelieu Drouot

به مزایده گذاشته می‌شود). فرض کنیم دو جعبه هر کدام مرکب از ۶ بطری فرآورده موئن روچیلد ۱۹۴۵ برای فروش وجود دارد. هنگامی که مزایدهٔ اولین جعبه به پایان رسید، مسئول فروش به برندهٔ مزایده دومین جعبه را به همان نرخ جعبهٔ اول پیشنهاد می‌کند و اگر او از این حق استفاده کند مزایده صورت نخواهد گرفت و هر دو جعبه به برندهٔ اولی فروخته می‌شود و اگر برنده از این حق استفاده نکند، دومین جعبه نیز به مزایده گذاشته می‌شود.



یک صحنه از فروش به صورت مزایده (در نور شمع) در مهمانسرای بن<sup>۱</sup> در بورگونی<sup>۲</sup>. بررسی‌های اکونومتری نشان می‌دهند که استفاده از «قرار خرید»<sup>۳</sup> موجب افزایش سود فروشنده می‌شود.

«قرار خرید» البته به فروش کالاها سرعت می‌بخشد اما موجب نوعی استراتژی در فروش هم می‌شود. زیرا بدیهی است که رفتار شرکت‌کنندگان در مزایده در دو حالت وجود و یا فقدان قرار خرید یکسان نخواهد بود. در حالت اول عدم موفقیت در خرید جعبهٔ اول می‌تواند از دست دادن جعبهٔ دوم را نیز در صورت استفادهٔ برنده از حق خود در قرار خرید به دنبال داشته باشد، در حالی که در مورد دوم چنین نخواهد بود. نقش استراتژیک قرار خرید کدام است؟ آیا وجود قرار خرید، شرکت‌کنندگان در مزایده را به بالا بردن بهای پرداختی خود تشویق می‌کند و بنابراین سود فروشنده را افزایش می‌دهد؟

<sup>۱</sup> Beaune

<sup>۲</sup> Bourgogne

<sup>۳</sup> Option d'achat

## آیا دولت باید مزایده‌های خود را به صورت همسان برگزار کند یا به صورت تبعیض آمیز؟

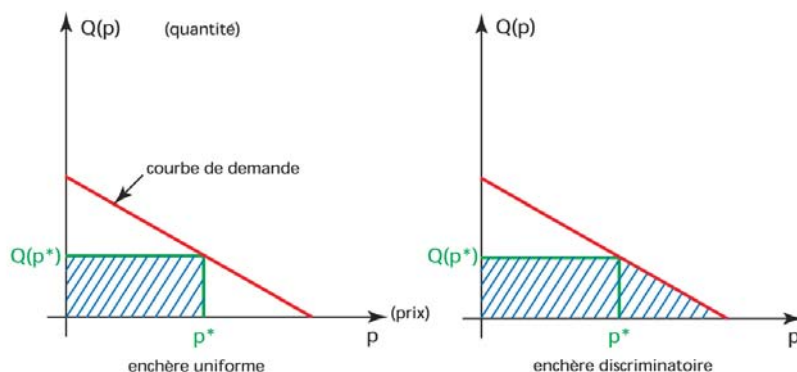
دولت فرانسه کسری بودجه خود را با عرضه سهامی به نام اوراق خزانه جبران می‌کند. فروش این سهام به صورت یک نوع مزایده که تبعیض آمیز خوانده می‌شود صورت می‌گیرد: هر یک از شرکت کنندگان در مزایده که متخصصین ارزشهای خزانه یا SVT نامیده می‌شوند، مجموعه‌ای از زوج‌های بها - کمیّت  $(p, Q(p))$  تهیه می‌کنند که بر حسب بهای یک برگ خزانه  $(p)$  تعیین می‌کند مایل به خرید چه مقدار اوراق خزانه  $Q(p)$  است. با توجه به این که دولت قبلاً مبلغ کل  $(T)$  اوراق خزانه‌ای را که مایل به انتشار آن است اعلام کرده است، تقاضای پذیرفته شده (یعنی مجموع تقاضاهای انفرادی افراد شرکت کننده در مزایده) بهایی را که بهای تعادل  $p^*$  خوانده می‌شود مشخص می‌کند: منظور بهای  $p^*$  با شرط  $T = Q_1(p^*) + Q_2(p^*) + \dots + Q_N(p^*)$  است که در آن  $Q_i$  تعداد اوراق خزانه مورد نظر به وسیله SVT شماره  $i$  می‌باشد. هر یک از این SVTها مقدار  $Q_i(p^*)$  از اوراقی را که تقاضا کرده است دریافت می‌کند.

اگر بهایی که شرکت کننده برای هر برگ پرداخت می‌کند  $p^*$  باشد مزایده همسان خوانده می‌شود و جمع کل هزینه برای شرکت کننده در مزایده فقط  $p^*Q(p^*)$  یعنی بهای یک برگ ضرب در تعداد اوراق درخواستی (مساحت مستطیل هاشورزده شکل سمت چپ) خواهد بود. در حالی که در مزایده‌ای که تبعیض آمیز نام دارد و دولت فرانسه به آن مبادرت می‌ورزد بهای پرداختی برای برگ برابر با  $p^*$  نیست، بلکه کمی بیش از آن است. در واقع دولت شرکت کنندگان در مزایده را به حداکثر آنچه که برای هر برگ اضافی حاضر به پرداخت هستند وادار می‌کند. جمع هزینه برای شرکت کننده در مزایده با مساحت قسمت هاشورزده شکل سمت راست مشخص شده است.

این مطلب را با ذکر یک مثال روشن می‌کنیم: فرض کنیم یک شرکت کننده در مزایده ده برگ به شرط آن که بهای آن ۹۰ یورو باشد و ۹ برگ در صورتی که بهای آن ۱۰۰ یورو باشد و... و ۱ برگ در صورتی که بهای آن ۱۸۰ یورو باشد، درخواست نماید. با فرض بر این که بهای تعادل  $p^*$  برابر با ۱۳۰ یورو باشد، این شرکت کننده ۶ برگ دریافت خواهد کرد. بهایی که این شرکت کننده در مزایده تبعیض آمیز می‌پردازد حداکثر بهایی است که حاضر به پرداخت برای این ۶ برگ بوده است: ۱۸۰ یورو برای اولین ۱۷۰ یورو برای دومین ... و ۱۳۰ یورو برای ششمین که در مجموع ۹۳۰ یورو می‌شود. چنانچه مزایده همسان بود این شرکت کننده برای هر برگ ۱۳۰ یورو یعنی در مجموع ۷۸۰ یورو

پرداخت می‌کرد.

مسلماً متخصصان ارزش‌های خزانه در این دو نوع مزایده یکسان عمل نمی‌کنند و مقایسه مکانیسم‌های این دو نوع مزایده کار ساده‌ای با نتایج آنی و بدیهی نیست. کشور مکزیک در سال ۱۹۹۰ روش مزایده‌ها را به نفع مزایده تبعیض آمیز تغییر داد. آمریکا برعکس در سال ۱۹۹۸ مزایده تبعیض آمیز را به نفع مزایده همسان رها کرد. آیا مزایده همسان برای دولت سود بیشتری دارد و آیا فرانسه نیز باید روش مزایده خود را تغییر دهد؟



در یک مزایده همسان اوراق خزانه، شرکت کننده در مزایده مقدار  $p^*Q(p^*)$  (سطوح مشخص شده در شکل سمت چپ) را می‌پردازد که در آن  $p^*$  بهای تعادل یک برگ نامیده می‌شود و تابعی از تقاضای همه شرکت کنندگان است و  $Q(p^*)$  تعداد اوراق بهاداری است که توسط افراد برای این قیمت خواسته شده است. در یک مزایده تبعیض آمیز، شرکت کننده در مزایده بهایی بیش از  $p^*Q(p^*)$  می‌پردازد (سطح مشخص شده در شکل سمت راست). استراتژی افراد شرکت کننده در این دو نوع مزایده یکسان نیست.

**باید دو وضعیت را با هم مقایسه کرد در حالی که فقط در مورد یکی از آنها اطلاعات وجود دارد**

پاسخ به سؤالات فوق درباره قرار خرید در مورد شراب یا مزایده تبعیض آمیز در مورد اوراق بهادار دارای اهمیت است. ارقام مربوط به این مزایده‌ها می‌توانند فوق‌العاده زیاد باشند. چنانکه در سال ۲۰۰۰ در مزایده‌های اوراق خزانه به ۱۸۵ میلیارد یورو و در سالن حراجی Drouot سالانه به چند ده میلیون یورو بالغ می‌شود. چنین مسائلی را چگونه می‌توان حل کرد؟ مؤثرترین روش برگزاری یک تجربه واقعی است. در مزایده‌های اوراق خزانه باید به دو تجربه موازی دست زد، تا بتوان نتایج را با یکدیگر مقایسه کرد. هم چنین،

در فروش مزایده‌ای شراب، باید به دو شیوه مزایده یکی با قرار خرید و دیگری بدون قرار خرید مبادرت ورزید تا رفتار مزایده‌گران مقایسه شود. متأسفانه امکان چنین تجاربی بسیار به ندرت به دست می‌آید. بنابراین مسأله‌ای که وجود دارد این است که دو وضعیت را در حالی که فقط درباره یکی از آنها اطلاعات قبلی داریم با یکدیگر مقایسه کنیم.

راه حل مسأله ما نیاز به اعمال پیچیده ریاضی دارد. در مرحله اول باید رفتار شرکت کنندگان در مزایده را الگوسازی کرد. شرکت کنندگان با ارزیابی‌های خود یعنی بهای حداکثری که به تخمین خود حاضر به پرداخت آن برای به دست آوردن کالای فروشی هستند مشخص می‌شوند. در این الگو هر شرکت کننده ارزیابی خود را می‌داند ولی از نظر دیگران اطلاعی ندارد. او درباره ارزشی که این ارزیابی‌ها ممکن است پیدا کنند فقط یک تصور اولیه دارد. می‌توان این تصور اولیه را به صورت یک تابع  $f$  در نظر گرفت که احتمال تحقق این ارزشها را مشخص می‌کند:  $f(v)$  میزان احتمالی است که شرکت کننده در مزایده برای این که کالای فروشی ارزش  $v$  را داشته باشد در نظر می‌گیرد. استراتژی مزایده بهینه یعنی بهایی که شرکت کننده باید بر حسب ارزیابی خود پیشنهاد کند به کمک جستجوی تعادل بی‌زنی ناش<sup>۱</sup> به دست می‌آید (به مقاله قبلی نوشته ژان ژاک لافون رجوع شود).

به این ترتیب از نظر تئوری می‌توان دو حالت عینی مورد بررسی را الگوسازی کرد تا از حیث نظری قابل مقایسه شوند. بدیهی است که این مقایسه به تابع  $f$  انتخاب شده بستگی دارد. نتیجه‌گیری زمانی ممکن است که تابع  $f$  هر چه باشد نتیجه شود که یکی از دو حالت برد دیگری برتری دارد (مثلاً عقیده متخصصان اوراق خزانه SVTها که در تابع  $f$  متجلی است هر چه باشد، باز دولت از مزایده تبعیض آمیز بیشتر از مزایده همسان سود برد). معمولاً وضعیت‌های مورد بررسی پیچیده‌تر از آن هستند که چنین برتری آشکار شود. در این مرحله به نتایجی از این قبیل می‌رسیم: اگر تابع  $f$  فلان است، در این صورت به نفع گالری دروو (فروشنده) است که قرار خرید را حفظ کند ولی اگر  $f$  بهمان است، نباید به آن مبادرت ورزد. بنابراین مسأله به شناسایی کارآمد تابع  $f$  باز می‌گردد.

تقابل بین اطلاعات واقعی با آنچه که تئوری پیش‌بینی می‌کند تابع  $f$  را مشخص می‌کند. در واقع اگر یک تابع معین  $f$  را در نظر بگیریم، الگوها و استراتژی‌های تعادل محاسبه شده در الگوی رفتار، میزانی را که مطلوب است مزایده‌گران پیشنهاد کنند تعیین می‌کند. بنابراین چون  $f$  را انتخاب کرده‌ایم بر مبنای آن پیش‌بینی‌ها قابل محاسبه‌اند کافی

است این پیش‌بینی‌ها را با مقادیر واقعی مقایسه کنیم. اگر با هم هماهنگ باشند، نشانه این است که تابع تعیین شده برای  $f$  درست بوده است و در غیر این صورت باید با یک تابع دیگر دوباره عمل کنیم.

## دو نوع روش اقتصاد ریاضی برای تعیین احتمالات وابسته به ارزیابی‌های مزایده‌گران

در عمل نمی‌توان همه موارد قابل تصور تابع‌های  $f$  را که نهایت ندارند، یکی پس از دیگری بررسی کرد. برای تعیین  $f$  باید به روشهایی که اقتصاد ریاضی نامیده می‌شوند پرداخت. این روشها را می‌توان در دو دسته وسیع رده‌بندی کرد: روشهای پارامتری (که در آن فرض بر این است که تابع  $f$  به کمک تعدادی پارامتر مجهول کاملاً مشخص می‌شود) و روشهای غیرپارامتری (که هیچ‌گونه پیش فرضی درباره  $f$  ندارند). روشهای اخیر کلی‌تر ولی به همان اندازه پیچیده‌ترند و پیشرفت آنها از سالهای پایانی ۱۹۵۰ آغاز شده ولی فقط در سالهای اخیر محققان موفق به تطبیق آن برای استفاده در تخمین تابع  $f$  شده‌اند. با یافتن تابع  $f$  (یا به صورت هم ارز مقادیر پارامترهایی که  $f$  را در روشهای پارامتری تعیین می‌کنند) کافی است که دو وضعیت مطالعه شده را با یکدیگر مقایسه کنیم، تا برتری یکی بر دیگری روشن شود و مشخص شود فروشنده از کدام بیشتر سود می‌برد.

### قرار خرید، مزایده تبعیض آمیز: الگوها نشان می‌دهند که استفاده از این روشها به نفع فروشنده است

باین شیوه توانستیم پرسشی را که در ابتدای مقاله درباره استفاده از قرار خرید در حراجی‌های شراب سالن دروا مطرح شد پاسخ دهیم. ما در ابتدا دو الگوی نظری را یکی با قرار خرید و دیگری بدون قرار خرید مطرح کردیم و تعادل‌های بی‌زی را در دو حالت مذکور محاسبه کردیم. سپس از سالن دروا اطلاعات لازم (بهای فروش فراورده‌ها، کیفیت آنها و غیره) را به دست آوردیم. سپس یک روش تخمین پارامتری را بر الگوی نظری خود مبنی بر قرار خرید اعمال کردیم. باید توجه داشت که همه فراورده‌ها یکسان نیستند (سال تولید، رنگ، شاتو، عنوان و غیره) و بنابراین باید برای هر نوع آن یک تخمین جداگانه‌ای برای تابع  $f$  را در نظر بگیریم. با در نظر گرفتن این ارزیابی‌ها الگوی نظری بدون قرار خرید را بررسی کرده و درآمد فروشنده را در صورت عدم استفاده از قرار خرید،

مشخص کردیم. اولین نتیجه‌گیریهای این مطالعه نشان می‌دهند که استفاده از قرار خرید موجب افزایش درآمد فروشنده به میزان ۷٪ نسبت به عدم استفاده از قرار خرید می‌شود. با توجه به اطلاعات مربوط به فروش اوراق خزانه فرانسه در سال ۱۹۹۵ و با استفاده از همین شیوه مطالعه، دو نوع مزایده همسان و تبعیض آمیز را با یکدیگر مقایسه کردیم. نتایج این بررسیها نشان می‌دهد که با استفاده از مزایده تبعیض آمیز درآمد دولت نسبت به مزایده همسان ۵٪ بیشتر شده است. به این ترتیب در هر دو مورد، فروش اوراق خزانه و مورد فوق‌الذکر با استفاده از الگوهای اقتصاد ریاضی می‌توان به سؤالاتی پاسخ داد که به علت فقدان اطلاعات مربوط به دو وضعیت مورد بحث ظاهراً بدون پاسخ به نظر می‌رسیدند.

فیلیپ فوریه<sup>۱،۲</sup>، میکائل ویسرا

۱ مرکز پژوهش در اقتصاد و آمار - آزمایشگاه اقتصاد صنعتی (CREST-LEI) پاریس

۲ انستیتوی ملی آمار و بررسی‌های اقتصادی (INSEE)

## چند مرجع

- C. Gouriéroux et A. Monfort, *Statistique et modèles économétriques* (Econometrica, 1989).
- P. Février, W. Roos et M. Visser, "Étude théorique et empirique de l'option d'achat dans les enchères anglaises", Document de travail du CREST (2001).
- J.-J. Laffont, H. Ossard et Q. Vuong, "Econometrics of first price auctions", *Econometrica*, 63, pp. 953-980 (1995).
- S. Donald et H. Paarsch, "Piecewise pseudomaximum likelihood estimation in empirical models of auctions", *International Economic Review*, 34, pp. 121-148 (1993).
- P. Février, R. Préget et M. Visser, "Econometrics of Share Auctions", Document de travail du CREST (2001).

- E. Guerre, I. Perrigne et Q. Vuong, "Optimal nonparametric estimation of first price auctions", *Econometrica*, 68, pp. 525-574 (2000).
- W. Härdle, *Applied nonparametric regression* (Cambridge University Press, 1990).

*Philippe Février*<sup>١,٢</sup> et *Michael Visser*<sup>١</sup>

<sup>١</sup> *CREST-LEI (Centre de recherche en économie et Statistique-Laboratoire d'économie industriel, Paris)*

*INSEE (Institut national de la statistique et des études économiques)*