

دکتری آموزش ریاضی در دانشگاه‌های آمریکا

بیژن ظهوری زنگنه

چکیده

به‌طور سنتی، رشته آموزش ریاضی در دانشگاه‌های اروپا و آمریکا، مولود دپارتمان‌های ریاضی بوده است. با این حال، رشته آموزش ریاضی در آمریکا، در دانشکده‌های علوم تربیتی، مراکز بین دپارتمانی، و دپارتمان‌های ریاضی، با تنوع بیشتری ادامه یافته است. همچنین، بررسی برنامه درسی دوره‌های تحصیلات تکمیلی دپارتمان‌های ریاضی دانشگاه‌های ایالات متحده آمریکا، در حال حاضر، نشان می‌دهد که تأسیس برنامه‌های دکتری و کارشناسی‌ارشد آموزش ریاضی در آن‌ها، رشد بی‌سابقه‌ای پیدا کرده است. در این مقاله، ضمن مروری بر چرایی و چگونگی تأسیس و توسعه رشته آموزش ریاضی در دنیا، و اشاره به ویژگی‌های تحقیقاتی این رشته، برنامه‌های جاری دکتری آموزش ریاضی در دانشگاه‌های آمریکا مورد بررسی قرار می‌گیرد. این بررسی، عمدتاً با استفاده از وب سایت‌های این دانشگاه‌ها انجام گرفته است.

مقدمه

با مشاهده سایت‌های دپارتمان‌های ریاضی دانشگاه‌های آمریکا و کانادا و برنامه‌های کارشناسی، کارشناسی‌ارشد و دکتری آن‌ها، ملاحظه می‌شود که نسبت به دوره‌های گذشته، تغییرات محسوسی در برنامه‌های درسی این دپارتمانها به‌وجود آمده است. از جمله مهم‌ترین این تغییرات آن است که برخلاف دهه‌های گذشته، «اصل

پاسخ‌گویی» محور اغلب برنامه‌های درسی دپارتمانهای ریاضی قرار گرفته است. مثلاً، سایت دپارتمان ریاضی انستیتیوی تکنولوژی ماساچوست^۱ (M.I.T.) [۱]، سؤال‌های زیر را مطرح کرده است:

الف) چرا باید در رشته ریاضی درس بخوانم؟

ب) اگر مطمئن نباشم یا علاقه‌مند نباشم که ریاضیدان بشوم، آیا باز هم باید رشته ریاضی را انتخاب کنم؟

ج) با داشتن مدرک کارشناسی ریاضی، چه کار می‌توانم بکنم؟

بروشور دپارتمان ریاضی M.I.T.، به روشنی به این سؤال‌ها پاسخ داده است. هم‌چنین، سایت دانشگاه تورنتو درباره برنامه کارشناسی ریاضی محض قید می‌کند که با گرفتن مدرک کارشناسی و کارشناسی ارشد در ریاضی، هیچ شغلی در انتظار شما نیست و باید تحصیلات خود را تا دوره دکتری ادامه دهید. در آن صورت، ممکن است به مقام استادی در کالج یا دانشگاه دست یابید. این دیدگاه جدید، یک تغییر اساسی نسبت به دیدگاه سنتی در مورد دانشگاه دارد. زیرا در گذشته، فرض بر این بود که وظیفه دانشگاه تولید علم است و ایجاد اشتغال متناسب با شأن تخصصی فارغ‌التحصیلان ریاضی، جزو وظایف جامعه است. با این حال، با توجه به مسأله بیکاری وسیع فارغ‌التحصیلان دانشگاهی در آمریکا و سایر کشورهای پیشرفته، این دیدگاه با چالش جدی مواجه شده و پاسخگویی به مسأله اشتغال، جزو وظایف اصلی دانشگاه‌ها شده است. به همین دلیل، ایجاد توانایی اشتغال برای فارغ‌التحصیلان دانشگاهی نیز، یکی از دغدغه‌های جدی دانشکده‌های ریاضی در آمریکا و کانادا گردیده است.

وضعیت پیش آمده کنونی، تداعی‌کننده اظهارنظر دکتر لطفعلی‌زاده در مورد آینده دپارتمان‌های ریاضی دانشگاه‌های آمریکا است که در میزگرد «پیشبرد ریاضیات در ایران» در دومین کنفرانس ریاضی کشور که در فروردین ۱۳۵۰ [۲] در دانشگاه صنعتی شریف برگزار گردید، بیان شد. وی در آن میزگرد، اظهار داشت که «... ریاضیات به صورت فعلی خود، و راه‌های مختلفی که دنبال می‌کند، کم‌کم ارتباط خود را با دنیای واقعی از دست می‌دهد و وارد یک نوع جد و جهد فکری می‌شود که به نظر بنده، کاملاً باارزش است. چون من معتقدم که منفعت و سودمندی، نباید ملاک در ارزیابی تحقیقات ریاضی باشد. ولی مسأله اینجاست که بودجه مالی هنگفتی را نمی‌توان در این توسعه، توجیه کرد.

به عبارت دیگر، شما می‌توانید بگوئید که دپارتمان کوچکی داریم و در آن، عده محدودی در توسعه تئوری‌های زیبایی‌شناسی فعالیت می‌کنند و فرضیه‌های عمیقی به وجود می‌آورند. بسیار خوب! ولی نمی‌توانید انتظار تشکیل دپارتمانی متشکل از ۸۰ یا ۱۰۰ استاد داشته باشید و دولت میلیونها دلار بودجه در اختیار شما بگذارد.» (میزگردهای دومین کنفرانس ریاضی صفحات ۴۹ و ۵۰ [۲]).

دکتر لطفعلی‌زاده پیش‌بینی می‌کرد که اگر دپارتمان‌های ریاضی در آمریکا و کانادا راه گذشته خود را ادامه دهند، به دپارتمان‌های کوچکی با ۵ یا ۶ نفر تبدیل می‌شوند. اما، دپارتمانهای ریاضی در آمریکا و

1) Massachusetts Institute of Technology (M.I.T.)

کانادا، هم چنان دپارتمانهای بزرگی با ۸۰ تا ۱۰۰ نفر عضو هیأت علمی، باقی ماندند. یکی از علت‌های اصلی این امر را می‌توان، به‌هنگام شدن این دپارتمانها با نیازهای اجتماعی در هر زمان دانست. به همین دلیل است که اکنون، دپارتمانهای ریاضی دانشگاههای آمریکا و کانادا، خود را «پاسخگوی» اشتغال که یکی از اصلی‌ترین نیازهای اجتماعی فارغ‌التحصیلان می‌باشد نیز می‌دانند. در نتیجه، توسعه رشته آموزش ریاضی، دوره‌های بازآموزی معلمان ریاضی، و کارشناسی‌ارشد دبیری ریاضی در دپارتمان‌های ریاضی آمریکا، پاسخ مناسبی به دغدغه‌های اشتغال است.

از این گذشته، افزایش تعداد دانشجویانی که در دانشگاه دروس ریاضی می‌گیرند، و ضرورت ارتقای فرایند یاددهی و یادگیری ریاضی در سطح دانشگاه، لزوم کارهای تحقیقاتی آموزش ریاضی در دانشگاهها را تشدید نموده است.

همان‌طور که میشل آرتیک [۳] استاد دپارتمان ریاضی دانشگاه پاریس می‌گوید، «بیش از سی سال است که هدف تحقیق در آموزش ریاضیات، روشن ساختن فرآیندهای یادگیری ریاضیات از طریق بررسیهای نظری و عملی بوده است. هم‌چنین، سعی می‌کرده‌اند راهبردهایی برای تدریس تدوین کنند که نتایج این تحقیقات در آنها، ملحوظ شده باشد، و سپس آنها را بیازمایند. تحقیقات، نخست معطوف به اولین سطح یادگیری یعنی سطح دبستان بود و آموزش فراتر از تعلیمات اجباری، یعنی دبیرستان و دانشگاه در حاشیه قرار داشت. اما افزایش تعداد دانشجویانی که امروزه در این سطح پیشرفته‌تر درس ریاضی می‌گیرند، موجب بروز مشکلاتی آموزشی شده است که چالشهای جدیدی را برای تحقیق (در زمینه آموزش) بوجود آورده است.» (صفحه ۴۹).

یکی از دغدغه‌های انجمن ریاضی و شورای ملی تحقیقات^۱ (NRC)، چگونگی افزایش تعداد دارندگان مدرک دکتری آموزش ریاضی است. طبق گزارش «شورای ملی تحقیق» (NRC)، از سال ۱۹۸۰ تا ۱۹۹۸، در تمام ایالات متحده، تعداد کسانی که مدرک دکتری آموزش ریاضی خود را از ۱۲۶ دانشگاه این کشور اخذ کرده‌اند، فقط ۱۳۸۶ نفر بوده است.

به گفته ریز^۲ (۲۰۰۰) [۴]، فارغ‌التحصیلان می‌دانند «فرصت‌های شغلی برای کسانی که دارای مدرک دکتری آموزش ریاضی هستند، هم‌چنان رو به افزایش است. به‌طور مثال، تعداد فزاینده‌ای از دپارتمان‌های ریاضی، نه فقط برای تدریس، بلکه برای انجام تحقیقات در زمینه‌های مرتبط با آموزش ریاضی، فعالانه به استخدام این افراد می‌پردازند. علاوه بر این تقاضای رو به تزاید دپارتمان‌های ریاضی به دارندگان مدرک دکتری آموزش ریاضی، در دانشکده‌ها و دپارتمان‌های آموزشی، آموزش و پرورش، موقعیت‌های دولتی، ناشران و کمپانی‌های اندازه‌گیری و آزمون سازی نیز، به دلیل نیاز به این فارغ‌التحصیلان فرصت‌های شغلی دیگری در انتظار آنهاست (ریز، صفحه ۱۲۶۷).

1) National Research Council (NRC) 2) Reys

ریز (۲۰۰۰) در ادامه اضافه می‌کند که از طرف «بنیاد ملی علوم»^۱ آمریکا، در اکتبر ۱۹۹۹ کنفرانسی در مورد دکتری آموزش ریاضی به نام «یک رشته، مسیرهای گوناگون، برنامه دکتری آموزش ریاضی»^۲ برگزار گردید تا به تنوع ممکن در این رشته و چگونگی افزایش عرضه در مقابل تقاضای روزافزون دانشگاه‌ها به فارغ‌التحصیلان آموزش ریاضی، بپردازد. نام این کنفرانس نشان‌دهنده «بین رشته‌ای» بودن دیسپلین آموزش ریاضی است که می‌توان از مسیرهای مختلفی به آن رسید.

در نتیجه، با توجه به نیاز فزاینده اجتماع و جامعه ریاضی به رشته آموزش ریاضی و با عنایت به روند جهانی در رابطه با ضرورت پاسخگویی به نیازهای اشتغال فارغ‌التحصیلان رشته‌های ریاضی، این مقاله تلاش دارد به دو سؤال زیر، پاسخ دهد:

(۱) سیر تاریخی رشته آموزش ریاضی چیست؟

(۲) آموزش ریاضی چیست و مسایل تحقیقاتی آموزش ریاضی کدامند؟

سپس، با استناد به پاسخ سؤال‌های فوق، برنامه آموزش ریاضی چند دانشگاه آمریکا مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

لازم به توضیح است که انتخاب آمریکا برای بررسی برنامه دکتری ریاضی دانشگاه‌های آن به دلایل زیر انجام گرفته است:

الف) نظام آموزش عالی ایران از جهات گوناگون، شبیه نظام آموزشی دانشگاه‌های آمریکا و کانادا است.^۳

ب) دروس اجباری و امتحان‌های مختلف جامع دوره‌های دکتری آموزش ریاضی، تا اندازه زیادی ماهیت و هسته اصلی و اجزای تشکیل دهنده رشته «بین رشته‌ای» آموزش ریاضی را مشخص می‌کند. در صورتیکه در دانشگاه‌های اروپا، به‌طور کلی دوره‌های دکتری، دروس اجباری و امتحان‌های جامع، وجود ندارند.^۴

ج) هدف این مقاله، بررسی برنامه‌های متنوع آموزش ریاضی در دپارتمان‌های مختلف دانشگاه‌های آمریکا، و پیدا کردن فصل مشترک آن برنامه‌ها برای پیدا کردن هسته اصلی برنامه‌های دکتری آموزش ریاضی است. در حالی که چنین تنوعی در برنامه‌های درسی دوره دکتری کشورهای دیگر ملاحظه نمی‌شود.

پس از این مطالعه، تلاش شده است تا سؤال‌های زیر نیز، مورد بررسی اجمالی قرار گیرند:

الف) دارندگان مدرک دکتری آموزش ریاضی در آمریکا چه کار می‌کنند، یا چه کار می‌توانند بکنند؟

ب) جایگاه رشته آموزش ریاضی در ایران در چه دانشکده‌ای است؟

1) National Science Foundation (NSF) 2) one Field Many Routes ...

۳) بحث در مورد دلایل این شباهت، موضوع این مقاله نیست.

۴) ممکن است در بعضی از دانشگاه‌های اروپا، استثنایی وجود داشته باشد.

ج) برای ایجاد دوره‌های دکتری آموزش ریاضی در ایران، چه باید کرد؟
د) برنامه دکتری آموزش ریاضی در ایران چگونه می‌تواند باشد؟

تاریخچه آموزش ریاضی

همان‌طور که کیل پاتریک (۱۹۹۴) اظهار می‌دارد، با وجودی که آموزش در ریاضی تاریخچه‌ای طولانی دارد؛ با این حال، سابقه آموزش ریاضی به عنوان یک رشته دانشگاهی، به کم‌تر از یک قرن می‌رسد. زمان شروع این رشته، از هنگامی بود که آموزش معلمان به دانشگاه‌ها برده شد و ریاضی‌دانها تلاش کردند تا برنامه درسی متوسطه را اصلاح کنند [۵]. به همین منظور، در سال ۱۸۸۸، ریاضی‌دان معروف فلیکس کلاین، پیشنهاد یک پارچگی مؤسسات فنی و دانشگاه‌ها را در پروس داد. وقتی که در پایان قرن، آن طرح موفق نشد، او به مدارس متوسطه توجه نمود و تلاش کرد تا تدریس ریاضی را به‌گونه‌ای اصلاح کند که دانش‌آموزان، برای مؤسسات فنی یا دانشگاه‌ها، آماده شوند. او از مفهوم «تابع» به عنوان زمینه‌ای برای سازمان‌دهی برنامه درسی به صورتی استفاده کرد که تابع، به مطالعه حسابان منجر شود. در سال ۱۹۰۴، کمیته‌ای توسط کلاین تشکیل شد و یک سال پس از آن، ریز مواد طرح مرانو^۱ برای ریاضی معرفی شد [۵]. هم‌زمان با آن، تلاش‌های مشابه دیگری در کشورهای دیگر در حال انجام بود. به‌طور مثال، در سال ۱۹۰۴، فرانسه به اصلاح برنامه هندسه پرداخت؛ در سال ۱۸۷۱، انگلستان اصلاح برنامه آزمون‌های ورودی به دانشگاه‌ها را آغاز کرد؛ و در ایالات متحده نیز، پیشنهاد اصلاح برنامه درسی یکپارچه داده شد (هاوسون^۲، ۱۹۹۰) [۶].

به گفته کیل پاتریک (۱۹۹۴)، این حرکات‌ها ادامه یافت و جلسات بین‌المللی متعددی، به وضعیت تدریس ریاضی در تمام سطوح مدرسه‌ای در کشورهای مختلف اختصاص یافت. کشورهای اطریش، مجارستان، بلژیک، دانمارک، فرانسه، آلمان، سوئد، بریتانیا، ایالات متحده، و ژاپن؛ یکی پس از دیگری، به این حرکت پیوستند. بالاخره، اولین مدرک دکتری در آموزش ریاضی، در سال ۱۹۱۱ به یکی از دانشجویان کلاین در گوتینگن اعطا شد [۵].

با این حال، جنگ جهانی اول به اصلاحات آموزشی خاتمه داد و به‌طور چشمگیری، فرآیند نهادینه شدن آموزش ریاضی را به عنوان یک رشته دانشگاهی، کند کرد. بعد از جنگ جهانی دوم نیز، تلاش مجدد برای سازگار کردن ریاضیات مدرسه‌ای با تقاضاهای علوم و تکنولوژی معاصر انجام شد. در راستای چنین تلاش‌هایی، پرواز اسپاتنیک^۳ در سال ۱۹۵۷ توسط شوروی سابق، آمریکا را به شدت غافلگیر کرد و به جبران این عقب‌ماندگی، برنامه‌های درسی ریاضی موسوم به «دوره ریاضی جدید»^۴ به‌وسیله عده‌ای از متخصصان ریاضی در آمریکا، تهیه شد. به گفته کیل پاتریک (۱۹۹۴)، توجیه استفاده از ایده‌های «ریاضی جدید» این بود که چون نمی‌توان با هیچ اطمینانی نیاز یک دانش‌آموز بزرگسال به ریاضی را

1) Merano 2) Howson 3) Sputnik 4) New Math Era

پیش‌بینی کرد، بنابراین مفاهیم پایه‌ای و ساختار ریاضی، باید اساس یادگیری آینده را فراهم نماید [۵]. این رویکرد که دیدگاه‌های آموزشی را نادیده گرفته بود، با مخالفت ریاضیدانان‌های آگاه، حرفه‌ای و تراز اول آمریکا روبه‌رو شد و ۷۵ نفر آن‌ها، بیانیه‌ای را امضا کردند که در آن، تأکید نمودند که باید به چگونگی یادگیری و روش‌های تحقیقات آموزشی، بها داده شود [۷].

در آن زمان، ریاضیدان‌ها به متخصصان علوم تربیتی انتقاد می‌کردند که چرا در بعضی مواقع، بدون آشنایی با محتوای ریاضی، به تهیه و تدوین برنامه‌ی درسی ریاضی می‌پردازند. اساس انتقاد آن‌ها این بود که عموماً، متخصصان رشته‌های علوم تربیتی و برنامه‌ریزی درسی، با وجودی که در سطح کلان برنامه‌ریزی‌های درسی و آموزشی مانند سیاست‌گذاری‌ها، تدوین اصول کلی برنامه‌ریزی درسی و استانداردهای آن، تبیین مبانی فلسفی و جهات دیگر، توانمند هستند، اما به دلیل نوع آموزش خود، تجربه و توانایی کمتری در زمینه‌ی برنامه‌ی درسی موضوعی به خصوص ریاضیات و علوم، دارند [۸]. در نتیجه، نباید در برنامه‌ریزی درسی ریاضی دخالت کنند. اما بیانیه‌ی امضاء شده توسط ۷۵ ریاضی‌دان معروف، بر این نکته تأکید داشت که برخورد عکس‌العملی و غیرمنطقی، می‌تواند خطر بالقوه‌ی جدیدی باشد و متذکر شد «ریاضی‌دان‌ها»، در برابر سلطه و حکمفرمایی آموزشگران حرفه‌ای (متخصصان علوم تربیتی و برنامه‌ریزی) بر آموزش، و این‌که روش آموزش بر محتوا مقدم است، عکس‌العمل نشان می‌دهند. حال خود ممکن است بر تقدم محتوا بر روش آموزشی تأکید کنند که در هر دو صورت، به بی‌فایده‌گی منجر می‌شود [۶].

بنابراین، حمایت ریاضی‌دان‌های معروف از ضرورت «تعادل بین محتوا و روش‌های آموزشی»، باعث روی آوردن استعدادهای جدید و درخشان به رشته «آموزش ریاضی»^۱ شد که در واقع، یک دیسپلین بین رشته‌ای^۲ بود^۳.

بنا به اظهار هاوزون (۱۹۹۰)، بعد از این بیانیه و متعاقب نیازهای رو به افزایش جامعه به آموزش ریاضی، «کمسیون بین‌المللی تدریس ریاضی»^۴ که در ابتدا در سال ۱۹۵۲ در رم تشکیل شده بود، مجدداً فعال شد. این کمسیون، از طریق کنفرانس‌ها و گردهمایی‌های متعدد، ابتدا در اروپا و سپس در آمریکای لاتین، آفریقا و آسیای جنوب شرقی، جامعه علمی را تشویق به بازسازی آموزش ریاضی کرد. در همین

1) Mathematics Education 2) Interdisciplinary

۳) در سفری که پالیس، رئیس کنگره ریاضی‌دان‌ها در سال ۱۳۷۹ به ایران داشت، نگارنده با ایشان درباره‌ی عدم اعتماد بعضی از افراد جامعه ریاضی ایران نسبت به رشته آموزش ریاضی که در حال تکوین بود، اشاره کرد. پالیس در پاسخ گفت که «این دغدغه‌ها و جدال‌ها و عدم اعتمادها، بیشتر مربوط به دهه‌های ۵۰ و ۶۰ میلادی در غرب است و بیانیه معروف ریاضی‌دان‌ها، عملاً به آن‌ها خاتمه داد. زیرا ریاضی‌دان‌های حرفه‌ای به این باور رسیده‌اند که برای توسعه و ارتقای ریاضی، چاره‌ای جز ایجاد تعادل بین محتوای ریاضی و روش آموزشی نیست که این مهم هم، توسط آموزش ریاضی به انجام می‌رسد».

4) International Commission on Mathematical Instruction (ICMI)

راستا، «سازمان همکاری‌های اقتصادی و توسعه»^۱ و یونسکو، کشورهای در حال توسعه را برای پیگیری اصلاحات ریخ داده شده در اروپا و ایالات متحده، کمک کردند و بالاخره در سال ۱۹۶۹، اولین «کنگره بین‌المللی آموزش ریاضی»^۲ در لیون فرانسه برگزار شد [۹] و پس از آن، این کنگره‌ها هر چهار سال یک‌بار برگزار می‌شوند و شرکت‌کنندگان از بیش از ۸۰ کشور، در آن‌ها شرکت می‌کنند.

در اوایل قرن بیستم، اولین برنامه دوره دکتری آموزش ریاضی در آمریکا، در کالج معلمان دانشگاه کلمبیا و دانشگاه شیکاگو تأسیس شد. برنامه‌های دکتری آموزش ریاضی، تحت تأثیر برنامه‌های دکتری ریاضی در دانشگاه کلمبیا و دانشگاه شیکاگو قرار گرفته و شکل یافتند که در آن زمان، در حال توسعه و مورد احترام بودند. برنامه‌های دکتری آموزش ریاضی در طول زمان، تحوّل یافتند و راه را برای توسعه سایر برنامه‌های دکتری که در شکل‌های گوناگون و در دانشگاه‌های مختلف شکل گرفت، هموار کردند.

با توجه به سیر تحوّل رشته آموزشی ریاضی به عنوان یک رشته دانشگاهی که از درون کنگره بین‌المللی ریاضی‌دان‌ها و دپارتمان‌های ریاضی رشد کرد و توسعه یافت، و با توجه به این‌که مسائل آموزش ریاضی، همیشه دغدغه ریاضی‌دان‌ها و معلمان ریاضی بوده است، سؤال این است که واقعاً آموزش ریاضی چیست؟

آموزش ریاضی چیست؟

گویا (۱۳۷۵) به نقل از شونفیلد (۱۹۸۷) اظهار می‌دارد که، «به‌طور خلاصه، آموزش ریاضی یعنی هر آنچه که مربوط به آموزش و یادگیری ریاضی می‌شود. در واقع، بحث‌های اساسی و نیروهای مؤثر در آموزش ریاضی را می‌توان با دو عنوان برنامه درسی ریاضی و چگونگی تدریس و یادگیری ریاضی مطرح نمود که هر دو عنوان، ماهیت ریاضی، ماهیت دانش ریاضی و بسیاری مباحث دیگر را در بر می‌گیرد. علاوه بر این‌ها، تغییر دیدگاه نسبت به خود علم ریاضی و پیدایش فلسفه و روان‌شناسی تربیتی، همگی از نیروهای اساسی در تشکیل دیسپلین آموزش ریاضی هستند [۱۰]. این تعریف، از جامعیت زیادی برخوردار است و به‌خصوص، تجربه شخصی نگارنده در «دوره‌های بازآموزی ریاضی دبیران ریاضی» و سؤال‌ها و ادعای مطرح شده در آن‌ها، این تعریف را عینی‌تر می‌کند. به‌طور مثال، در این دوره‌ها سؤال‌هایی از قبیل «چرا فلان مطلب را آن‌گونه، تدریس نمی‌کنیم؟»، «اگر مطالب به‌صورت شهودی تدریس شوند، بچه‌ها آن‌ها را بهتر می‌فهمند»، «من حد را با روش ϵ و δ درس دادم و بچه‌ها آن را خوب فهمیدند»، به تکرار مطرح می‌شدند که همگی، ماهیت آموزشی دارند و در حیطه آموزش ریاضی قرار می‌گیرند. یعنی هیچ روشی در خود ریاضی وجود ندارد که ثابت کند آیا ادعاهای بالا درست یا نادرست هستند. در ریاضی، تنها ما می‌توانیم مسائلی را حل کنیم و جواب دهیم که قابل مدل‌سازی ریاضی باشند. با یک مثال، این مطلب

1) The Organization for Economic Cooperation and Development (OECD) 2) Interational Congress On Mathematical Education (ICME)

را می‌توان بیشتر باز کرد.

فدائی (۱۳۸۰)، به دنبال پیدا کردن استعاره جدیدی برای مفهوم حد، سؤال‌های زیر را مطرح کرد [۱۱]:

- (۱) مشکلات یادگیرندگان در رابطه با تعریف $\delta - \epsilon$ ای حد، کدامند؟
- (۲) آیا تعریف جدید حد، قادر به رفع یا کاهش مشکلات مفهومی تعریف $\delta - \epsilon$ ای حد خواهد بود؟
- (۳) آیا تعریف جدید، می‌تواند جایگزین تعریف $\delta - \epsilon$ ای حد در برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای شود؟
- (۴) آیا تعریف جدید، با شهود یادگیرنده سازگار است؟
- (۵) آیا تعریف جدید، از دقت لازم ریاضی، برخوردار است؟

از سؤال‌های فوق، چهار سؤال اول ماهیت تحقیقات آموزش ریاضی را داشتند، و برای پاسخگویی به هر یک از آن‌ها، به مستندات و توجیحات آموزشی نیاز بود. اما سؤال (۵) در چارچوب ریاضی بود و پاسخگویی به آن، نیازمند مطالعه نظری و تاریخی ریاضی بود [۱۱]. در واقع با توجه به ماهیت سؤال (۵)، باید یک مدل ریاضی ارایه شده و نشان داده شود که این مدل، قادر است تمام مسایل و قضیه‌های آنالیز ریاضی را که بر اساس این تعریف بنا می‌شوند، به سادگی و دقت ثابت کند. یعنی با ارائه این تعریف، باید بتوانیم قضیه‌های اساسی آنالیز ریاضی را ثابت کنیم و معادل بودن این تعریف را با تعریف $\delta - \epsilon$ ، نشان دهیم. اما پاسخگویی به سؤال‌های (۱) تا (۴)، در خارج ریاضی قرار دارد و نیازمند علوم دیگری مانند نظریه‌های یادگیری و روان‌شناسی و برنامه درسی ریاضی است. بنابراین، نیاز به روش‌های تحقیقی علوم انسانی و علوم تربیتی داریم، زیرا محور اصلی چهار سؤال فوق، انسان است.

در تمام رشته‌های علوم انسانی از جمله علوم اجتماعی و علوم تربیتی، درس‌هایی به نام «روش تحقیق» تدریس می‌شوند. اما در رشته‌های علوم ریاضی چنین درس‌هایی وجود ندارند. در نتیجه عنوان درس «روش تحقیق» در ذهن ریاضی‌دانها، مفهوم دیگری را نسبت به علمای علوم انسانی، تداعی می‌کند، از نظر ریاضی‌دانها، تحقیق کردن تنها با تحقیق کردن آموخته می‌شود و الگوریتم یا روشی وجود ندارد تا یاد بدهد که چگونه می‌توان یک محقق ریاضی شد. یعنی خود عمل تحقیق ریاضی، محقق ریاضی را تربیت می‌کند.

به بیان دیگر، اگر بخواهیم عبارت «روش تحقیق» علوم انسانی و علوم تربیتی را به فرهنگ ریاضی معنی کنیم، می‌توانیم بگوئیم که درس‌های «روش تحقیق» در علوم انسانی، روش اعتبار بخشی به تحقیقات انجام شده را نشان می‌دهند.

اما در ریاضی، اگر یک اثبات بر اساس «برهان خلف» باشد، معتبر است و اثبات دقیقی به حساب می‌آید، یعنی ریاضی‌دان‌ها آن را می‌پذیرند. یعنی اثبات درستی و سازگاری ریاضی از طریق علمی به نام «منطق ریاضی» به دست می‌آید، و اثبات قضیه‌ای که بر اساس منطق ریاضی معتبر باشد، اثباتی معتبر است. در واقع، می‌توان به زبان علوم انسانی و علوم تربیتی، «روش تحقیق ریاضی» را همان منطق

ریاضی نامید^۱. ریاضی دان‌ها از دبستان و دوره راهنمایی تا دبیرستان و دوره کارشناسی، با همین «روش تحقیق»، ادعاهای خود را ثابت می‌کنند یا با مثال نقض، «ادعاهای» نادرست را رد می‌کنند، و چون این کار به تدریج آموزش داده شده، نیازی به تدریس «روش تحقیق علم ریاضی» در دوره‌های کارشناسی ارشد و دکتری نیست. زیرا برای هر ریاضی‌کاری، واضح و بدیهی است، و هر ریاضی دان تازه‌کار نیز، با این روش تحقیق آشناست.

اما چگونه و با چه روشی، می‌توان به سؤال‌های (۱) تا (۴) بالا، پاسخ داد؟

مسلماً برای جواب به این سؤال‌ها، باید به افراد مورد سؤال یعنی دانش‌آموزان، مراجعه کنیم؛ چون «مشکلات مفهومی»، «شهود یادگیرنده»، «مشکلات یادگیرندگان»، «چگونگی یادگیری یادگیرنده» و امثال این‌ها، به انسان یعنی دانش‌آموز برمی‌گردد. پس برای بررسی این مسأله، باید به انسان مراجعه شود، و از انواع روش‌های تحقیق کمی^۲ و کیفی^۳ دریافتن پاسخ، استفاده کرد. لازم به توضیح است که روش تحقیقات کمی، همان روش تحقیقات آماری است که به اصطلاح، «روش علمی» نامیده می‌شود و بر اساس فلسفه تحصیلات^۴ بنا شده است. در این روش، اغلب رفتار بارز انسان‌ها مورد مطالعه قرار می‌گیرد و با استفاده از نمونه‌گیری از یک جامعه آماری، داده‌ها جمع‌آوری می‌شوند و با استفاده از آمار توصیفی و استنباطی، تحلیل داده‌ها انجام می‌شود و نتایج ارائه می‌گردد.

هم‌چنین، در روش تحقیق کیفی با استفاده از روش‌های میدانی^۵ و بالینی^۶، به مطالعه عمیق و همه‌جانبه رفتار پنهان ذهنی و رفتار بارز یادگیری انسان‌ها، پرداخته می‌شود.

بنابراین، برای تحقیق در رشته آموزش ریاضی و جواب دادن به سؤال‌های (۱) تا (۴)، نیازمند آشنایی با روش‌های تحقیق کمی یا روش‌های تحقیق کیفی هستیم. در نتیجه، آموزش این روش‌ها، یکی از مؤلفه‌های اصلی برنامه درسی «رشته‌های آموزشی است»، و در رشته آموزش ریاضی نیز، آشنایی با این روش‌ها، یکی از ضرورت‌های مهم است.

علاوه بر این، پاسخ به سؤال (۳)، یعنی «آیا تعریف حد می‌تواند جایگزین تعریف $\delta - \epsilon$ ای حد در برنامه درسی ریاضی مدرسه‌ای شود؟»، نیازمند رشته جدیدی در علوم تربیتی به نام مطالعات برنامه درسی است. یعنی چگونگی برنامه درسی ریاضی، بخشی از رشته «برنامه درسی» است. به همین دلیل، برنامه درسی نیز، یکی از مؤلفه‌های مهم برنامه درسی آموزش ریاضی است.

(۱) نگارنده به این مهم توجه دارد که استدلال استنتاجی تنها نوع استدلال ریاضی نیست و رشد و توسعه ریاضیات تجربی با استفاده از روش‌های شبیه‌سازی، این مطلب را نقض می‌کند. ولی برای ساده‌کردن مطلب و بیان روش تحقیق در آموزش ریاضی، این نوع استدلال بیان شده است.

2) Quantitative Research Method 3) Qualitative Research Method 4) Positivism
5) Field Methods 6) Clinical Methods

مطالعه مقایسه‌ای

برای آشنایی بیشتر با ویژگی‌های برنامه‌های دوره‌های دکتری آموزش ریاضی در آمریکا، یک مطالعه مقایسه‌ای انجام گرفته است. در این مطالعه، ابتدا برنامه دکتری آموزش ریاضی در دپارتمان ریاضی دانشگاه ایالتی میشیگان [۱۲]، دپارتمان ریاضی دانشگاه سیراکیوز [۱۳]، دپارتمان ریاضی دانشگاه ایالتی ایلنوی [۱۴]، دپارتمان ریاضی و آمار دانشگاه آمریکن [۱۵]، دپارتمان علوم ریاضی دانشگاه ایالتی مونتانا [۱۶]، دپارتمان علوم ریاضی دانشگاه مونتانا [۱۷]، دپارتمان علوم ریاضی دانشگاه ایالتی شمالی [۱۸]، دپارتمان ریاضی دانشگاه آریزونا [۱۹]، دپارتمان ریاضی دانشگاه میشیگان غربی [۲۰]، و دپارتمان ریاضی و آمار دانشگاه ایالتی پورتلند [۲۱]، مورد بررسی قرار گرفتند. سپس، از بین آن‌ها، دپارتمان ریاضی پنج دانشگاه جهت بررسی عمیق‌تر انتخاب شدند. لازم به توضیح است که علت حذف پنج دانشگاه از ده دانشگاه فوق، تشابه جغرافیایی یا برنامه‌ای آن‌ها بود.

خلاصه این بررسی‌ها را در جدول شماره (۱) می‌آوریم و سپس به مقایسه این برنامه‌ها با برنامه دکتری آموزش ریاضی در دانشکده تحصیلات تکمیلی علوم تربیتی در دانشگاه‌های پردو [۲۲]، ایندیانا [۲۳]، مینه‌سوتا [۲۴]، میسوری [۲۵]، و برنامه آموزش ریاضی و علوم دانشگاه کالیفرنیا در برکلی می‌پردازیم [۲۶]. در این جدول، تعداد واحدهای اجباری در ریاضی، آموزش ریاضی، روش‌های تحقیق (تحقیقات آموزشی)، کارآموزی، روش‌های تدریس دوره کارشناسی، بازآموزی دبیران ریاضی، و واحدهای اختیاری دکتری آموزشی ریاضی در پنج دپارتمان ریاضی دانشگاه‌های آمریکا، با هم مقایسه شده‌اند.

جدول ۱. برنامه دکتری آموزش ریاضی در دپارتمان‌های ریاضی

دانشگاه	ریاضی	آموزش ریاضی	روش‌های تحقیقات آموزشی	کارآموزی	اختیاری	جمع واحدهای اجباری
ایالتی میشیگان	۹	۶	۱۲	--	۹	۳۶
سیراکیوز	۳۰	۱۲	۱۵	۱۵	۱۸	۹۰
ایالتی ایلنوی	۶	۳۰	۱۲	۳	۶	۵۷
آمریکن	۱۲	۹	۱۲	--	۱۲	۴۵
ایالتی مونتانا	۱۵	۱۰	۱۲	۶	۶	۴۹

تبصره ۱. در دپارتمان ریاضی دانشگاه ایالتی میشیگان، این واحدهای اجباری، اضافه بر واحدهایی است که دانشجو برای گذراندن امتحان جامع نیاز دارد. یعنی دانشجوی دکتری آموزش ریاضی باید در سه زمینه شامل آموزش ریاضی و انتخاب دو زمینه ریاضی از چهار زمینه آنالیز حقیقی و مختلط، جبر،

معادلات دیفرانسیل، و هندسه یا توپولوژی، امتحان جامع کتبی بدهد، که دانشجو، معمولاً این دروس را در دوره کارشناسی ارشد خود می‌گذراند. علاوه بر این، امتحان کتبی جامع در آموزش ریاضی نیز شامل ۹ واحد است. بنابراین، اگر دانشجو دارای مدرک کارشناسی ارشد ریاضی باشد، بایستی این ۹ واحد را به واحدهای آموزش ریاضی خود اضافه نماید، و اگر دارای مدرک کارشناسی ارشد آموزش ریاضی بوده و این ۹ واحد را گذرانده باشد، بایستی واحدهای دو امتحان ریاضی که وی در دوره کارشناسی ارشد نگذرانده است، به این واحدها اضافه شود.

تبصره ۲. در دپارتمان ریاضی دانشگاه سیراکیوز، ۹۰ واحد دروس تحصیلات تکمیلی بعد از دوره کارشناسی الزامی است. بنابراین، اگر دانشجو دارای مدرک کارشناسی ارشد ریاضی باشد، باید ۳۰ واحد ریاضی بگذراند، و اگر دارای مدرک کارشناسی ارشد آموزش ریاضی باشد، واحدهای ریاضی و آموزش ریاضی او از این واحدها، کم می‌شود.

تبصره ۳. در دپارتمان ریاضی دانشگاه آمریکن، دانشجویان دکتری باید در درس روش‌های تحقیقات کمی یک امتحان «کارایی»^۱ بدهند. در نتیجه، می‌توان واحدهای این دروس را به جمع واحدهای تحقیقات آموزشی اضافه کرد. هم‌چنین، در این دپارتمان دانشجویان باید امتحان جامع خود را در چهار زمینه زیر بدهند:

الف) امتحان ریاضی برای آموزشگران ریاضی (در سطح کارشناسی)؛

ب) امتحان آموزش ریاضی (کتبی)؛

ج) امتحان آموزش ریاضی (شفاهی)؛

د) امتحان چهارم، از بین امتحان‌های جامع معمول و سنتی در دانشکده علوم تربیتی، و دپارتمان‌های روان‌شناسی، ریاضی، آمار و علوم کامپیوتر، و به وسیله دانشجو انتخاب می‌شود.

تبصره ۴. عنوان مدرک دکتری در دپارتمان ریاضی دانشگاه ایالتی مونتانا، «دکتری ریاضی با گرایش آموزش ریاضی» است. با این وجود، برنامه این دپارتمان، با دپارتمان‌های ریاضی دیگر، تفاوت ساختاری ندارد. در این دپارتمان نیز، دانشجویان دکتری ریاضی با گرایش (تخصص) آموزش ریاضی، باید در سه زمینه زیر امتحان جامع خود را بگذرانند:

الف) امتحان جامع در آموزش ریاضی که شامل ۱۰ واحد اجباری آموزش ریاضی در این دوره است؛

ب) امتحان جامع در تحقیقات آموزشی؛

ج) یک زمینه از بین امتحان‌های جامع ریاضی دپارتمان ریاضی که شامل یکی از موارد ریاضی کاربردی، سیستم‌های دینامیکی، آنالیز تابعی، آنالیز عددی، معادلات دیفرانسیل پاره‌ای، احتمال، آنالیز حقیقی و مختلط، و توپولوژی است.

1) Proficiency

تبصره ۵. در دانشگاه ایلنوی شمالی [۱۸]، هم در دپارتمان علوم ریاضی، و هم در دانشکده علوم تربیتی، دکترای آموزشی ریاضی ارائه می‌شود.

چگونگی تأثیر محیط فیزیکی دانشکده‌ای بر شکل دهی برنامه دکتری آموزشی ریاضی

با مقایسه برنامه دکتری آموزش ریاضی در دپارتمان‌های «مطالعات برنامه درسی»^۱ یا «برنامه درسی و تدریس»^۲ در دانشکده‌های علوم تربیتی دانشگاه‌های پردو [۲۲]، ایندیانا [۲۳]، مینه‌سوتا [۲۴]، میسوری [۲۵]، و دانشگاه کالیفرنیا در برکلی [۲۶] با برنامه دکتری آموزش ریاضی در دپارتمان‌های ریاضی مطرح شده در جدول (۱)، به این نتیجه می‌رسیم که تأثیر محیط فیزیکی بر دروس اجباری و امتحان‌های جامع، دیده می‌شود. به‌طور مثال، در همه این برنامه‌ها، به دلیل وجود دپارتمان‌های «مطالعات برنامه درسی» یا «برنامه درسی و تدریس»، دروس اجباری این دپارتمان اجباری است. مثلاً در برنامه دکتری آموزش ریاضی دانشگاه پردو، دروس اجباری از بین چهار دسته انتخاب می‌شوند که شامل موارد زیر هستند:

الف) آموزش ریاضی ۹ واحد؛

ب) دروس اجباری برنامه درسی ۶ واحد؛

ج) دروس اجباری تحقیقات آموزشی ۱۵ واحد؛

د) دروس ریاضی.

در این زمینه، در راهنمای برنامه این دانشگاه نوشته شده است که دانشجویانی که مدرکی در سطح کارشناسی‌ارشد ریاضی دارند، از گرفتن دروس ریاضی معاف می‌باشند و سایر دانشجویان، موظف هستند با نظر استاد راهنما و کمیته پایان‌نامه، دروس ریاضی تحصیلات تکمیلی را بگیرند. هم‌چنین، در دانشگاه ایندیانا، دانشجویان می‌توانند دروس ریاضی را انتخاب نکنند. در دانشگاه میسوری نیز که رشته آموزش ریاضی در دپارتمان مستقل آموزش ریاضی است، دروس اجباری به‌صورت زیر است:

الف) ۳۰ واحد در آموزش ریاضی؛

ب) ۱۲ واحد در تحقیقات آموزشی؛

ج) ۱۲ واحد در ریاضی، آمار و یا روان‌شناسی.

بنابراین، مقایسه بین برنامه‌های دکتری آموزش ریاضی در دانشکده‌های ریاضی (جدول (۱)) و علوم تربیتی، نشان می‌دهد که در تمام آن‌ها، دروس آموزش ریاضی و دروس روش‌های تحقیقات آموزشی، اجباری است. با این حال، دروس ریاضی برنامه دوره دکتری آموزش ریاضی که در دپارتمان‌های ریاضی برگزار

1) Curriculum Studies 2) Curriculum and Instruction

می‌شوند، اجباری و دروس برنامه‌درسی و دیگر دروس علوم تربیتی، اختیاری است. در حالی که دروس برنامه‌های درسی در دپارتمان‌های برنامه‌درسی اجباری و دروس ریاضی در بعضی از آن‌ها، اختیاری است.

امتحان‌های جامع دوره‌های دکتری آموزش ریاضی

در دپارتمان‌های ریاضی دانشگاه‌های مختلف آمریکا از جمله دانشگاه ایالتی میشیگان، دو امتحان جامع در ریاضی و یک امتحان در آموزش ریاضی، اجباری هستند. البته این امتحان‌ها در دانشگاه ایالتی میشیگان به صورت امتحان «تعیین توانایی»^۱ هستند و یک امتحان دیگر و پیشرفته‌تر در رشته تخصصی آموزش ریاضی وجود دارد که به صورت شفاهی برگزار می‌شود.

جدول ۲. امتحان جامع دکتری آموزش ریاضی در دپارتمان‌های ریاضی

دانشگاه	تعداد امتحان‌های ریاضی	امتحان کتبی آموزش ریاضی	امتحان تخصصی شفاهی آموزش ریاضی	امتحان جامع یا Proficiency روش‌های تحقیق آموزشی	امتحان‌های دیگر
ایالتی میشیگان	۲	/	/		
سیراکیوز	۰	/	/		
ایالتی ایلنوی	۰	/	/		
آمریکن	۱	/	/	/	انتخاب یک امتحان جامع از بین ریاضی، آمار، روان‌شناسی علوم تربیتی و ...
ایالتی مونتانا	۱	/	/	/	

در دوره‌های دکتری آموزش ریاضی در دانشکده‌های علوم تربیتی و در دپارتمان‌های برنامه‌درسی یا آموزش ریاضی، امتحان جامع در ریاضی وجود ندارد و به جای آن، امتحان جامع در برنامه‌درسی یا روان‌شناسی برگزار می‌شود. بنابراین، مکان فیزیکی بر شکل‌دهی رشته آموزش ریاضی اثر نمی‌گذارد، اما بر معلومات جنبی فارغ‌التحصیلان آن، اثرگذار است.

1) Qualify

ماهیت و هسته اصلی رشته آموزش ریاضی

به‌طور خلاصه، با مقایسهٔ دروس اجباری و امتحان‌های جامع، به این نتیجه می‌رسیم که مانند ماهیت هر رشتهٔ بین رشته‌ای، آموزش ریاضی و ماهیت آن نیز، متأثر از مکان فیزیکی و اجرایی برگزاری آن نیست. یعنی، مسائل آموزش ریاضی زاینده فرآیند یادگیری و یاددهی ریاضی هستند و روش‌های تحقیق آن نیز، روش‌های تحقیقات آموزشی در علوم انسانی و علوم تربیتی است. با این حال، معلومات جنبی فارغ‌التحصیلان دکتری آموزش ریاضی متأثر از مکان فیزیکی و اجرایی این دوره‌ها است. یعنی دانشجویانی که در این رشته دکتری خود را می‌گیرند، با هم دانشکده‌های خود، علائق علمی مشترک دارند.

این مسأله، در سایر رشته‌هایی که به دلیل ماهیتشان امکان برگزاری آن‌ها در دو مکان فیزیکی وجود دارد نیز، صادق است، برای مثال، دانشجویان دکتری در رشتهٔ احتمال در دانشکده‌های ریاضی، آمار، مهندسی صنایع، مهندسی برق، مدیریت، و اقتصاد؛ مشغول به ادامه تحصیل هستند و در بسیاری از مواقع، استاد یکی از گرایش‌های احتمال در یک دپارتمان، می‌تواند با همین گرایش در دپارتمان دیگر، دارای علائق تحقیقاتی مشترک باشد.^۱

لازم به توضیح است که در تدوین برنامه‌های درسی دوره‌های دکتری، به این مهم که دانشجویان فارغ‌التحصیل از یک دپارتمان، باید دارای علائق مشترک باشند، به اصطلاح، «ارتباط برقرار کردن» با هم دانشکده‌ای‌ها گفته می‌شود.

نکتهٔ جالب این است که تمام برنامه‌های دکتری آموزش ریاضی در دپارتمان‌های ریاضی یا در دانشکده‌های علوم تربیتی، بر این نکته تأکید می‌کنند و قصد دارند افرادی تربیت کنند که هم در دانشکده‌های علوم تربیتی و هم در دپارتمان‌های ریاضی، توانایی استخدام شدن و «ارتباط برقرار کردن» با هر دو جامعهٔ علمی—تخصصی را داشته باشند. به‌طور مثال، در هدف برنامهٔ دکتری آموزش ریاضی در دانشگاه ایالتی ایلنوی آمده که «اولین مسؤلیت برنامهٔ دکتری آموزش ریاضی در دانشگاه ایالتی ایلنوی، تربیت متخصص برای شغل استادی در دانشگاه یا کالج—هم در دانشکده‌های علوم تربیتی، و هم در دپارتمان‌های ریاضی—است، تا آن‌ها بتوانند به هدایت تحقیق در مسایل مربوط به تدریس و یادگیری ریاضیات مدرسه‌ای و آموزش معلمان ریاضی بپردازند» [۲۶].

در برنامهٔ «آموزش علوم و ریاضی»^۲ دانشگاه کالیفرنیا در برکلی نیز آمده است که مطالعات آموزش ریاضی، علوم و مهندسی «SESAME»، یک برنامهٔ تحصیلات تکمیلی منجر به درجهٔ دکتری در آموزش علوم، ریاضی و مهندسی ارائه می‌دهد. این برنامه برای فارغ‌التحصیلانی تنظیم شده که دارای تجربه‌های

(۱) خیلی از هم‌رشته‌ای‌های تحقیقی نگارنده در دپارتمان‌های نام برده شده در بالا هستند. ولی همگی بر روی مطالب تحقیقاتی مشترک کار می‌کنیم و موضوع مقاله‌های پژوهشی ما نیز، در زمینه‌های مشترک است. اما در دپارتمان‌های مختلف کار می‌کنیم و حتی تحصیلات دانشگاهی ما نیز، در دانشکده‌های متفاوت بوده است.

2) Studies in Engineering, Science and mathematics Education (SESAME)

علمی پیشرفته در رشته تخصصی -- علمی، و همین‌طور در نظریه‌های آموزشی و روش‌های تحقیق باشند. این برنامه دانشمندی را تربیت می‌کند که توانایی ارتباط برقرار کردن با عالمان علوم تجربی، ریاضی‌دان‌ها، مهندسان و محققان علوم تربیتی و کاربران آموزشی را داشته باشند. برنامه درسی این دوره، دروسی در توسعه انسانی^۱، علوم شناختی^۲ و تکنولوژی است، و آموزش و یادگیری را با دروس علوم، ریاضی و مهندسی، به هم مرتبط می‌کند. فارغ‌التحصیلان این برنامه، نقش راهبری نوآوری‌های آموزشی را در محیط‌های آموزشی، صنعت، و تشکیل موزه‌ها^۳ به عهده دارند. [۲۶]

باید توجه داشت که ارتباط برنامه‌های دکتری آموزش ریاضی در خارج از دپارتمان‌های ریاضی با برنامه‌های آموزش ریاضی در دپارتمان‌های ریاضی، همه‌جانبه است و استادان آن‌ها، از هر دو دپارتمان هستند. به عنوان نمونه، آلن شونفیلد^۴، هم استاد دپارتمان ریاضی، هم‌جانبه است و استاد دانشکده علوم تربیتی است و این مورد، شامل سایر استادان برنامه SESAME نیز می‌باشد. یعنی آنها، هم عضو دپارتمان‌های ریاضی، علوم کامپیوتر، فیزیک، مهندسی برق و غیره، و هم عضو دپارتمان‌های علوم تربیتی هستند. در برنامه SESAME آمده است:

«از دانشجویان SESAME انتظار می‌رود که حداقل در سطح کارشناسی ارشد، دارای توانایی ریاضی و دیسیپلین علمی باشند. فارغ‌التحصیلان SESAME با مدرک Ph.D، اغلب در دپارتمان‌های علوم ریاضی مشغول به کار می‌شوند» [۲۶].

در دپارتمان ریاضی دانشگاه برکلی، اغلب «دوره‌های کارشناسی ارشد» آموزش ریاضی و برنامه‌های آموزش معلمان، با همکاری دانشکده علوم تربیتی و دپارتمان آموزش ریاضی، اجرا می‌شود. هم‌چنین، در دانشگاه‌های میسوری و برکلی، دانشجویان دکتری آموزش ریاضی، تدریس دانشجویی^۵ خود را از دپارتمان‌های ریاضی می‌گیرند [۲۵] و [۲۶].

جهت‌گیری محل اجرای برنامه دکتری آموزش ریاضی

با توجه به مطالب بالا، برنامه دکتری آموزش ریاضی در دانشگاه‌هایی که از سابقه طولانی‌تری در دکتری آموزش ریاضی برخوردار هستند، در دپارتمان‌های مستقل یا دانشکده‌های علوم تربیتی، و با همکاری نزدیک با دپارتمان‌های ریاضی برگزار می‌شود. اما در دانشگاه‌هایی که این برنامه را از دهه گذشته شروع کرده‌اند، ملاحظه می‌شود که اغلب دپارتمان‌های ریاضی میزبان دوره دکتری آموزش ریاضی شده‌اند.

هم‌چنین، با توجه به ایده عمومی کردن و ارتباط با جامعه و اشتغال برای فارغ‌التحصیلان ریاضی، در اکثر دپارتمان‌های ریاضی، برنامه دبیری ریاضی و بازآموزی معلمان نیز وجود دارد و به‌طور روزافزون،

1) Human Development 2) Cognitive Sciences

۳) منظور از تشکیل موزه‌ها، بیشتر آموزش‌های غیرمدرسه‌ای به منظور همگانی کردن علوم و ریاضی است.

۴) شونفیلد دکترای ریاضی خود را از دانشگاه استانفورد گرفته است. Alan. H. Schoenfeld

5) Teaching Assistant (TA)

این برنامه‌ها توسعه پیدا می‌کنند. در نتیجه، با استخدام افرادی با مدرک دکترای آموزش ریاضی در این دپارتمان‌ها، دوره‌های دکتری آموزش ریاضی راه‌اندازی می‌شوند. البته در دانشگاه‌هایی که قبلاً این دوره در دپارتمان‌های مستقل «آموزش ریاضی» یا «مطالعات برنامه‌درسی» و در درون دانشکده‌های علوم تربیتی آنها وجود داشته است، به‌طور طبیعی تأسیس دوره دکتری آموزش ریاضی در دپارتمان ریاضی موضوعیت ندارد.

جایگاه رشته آموزش ریاضی در ایران

بررسی تاریخ آموزش ریاضی نشان می‌دهد که این رشته، مولود طبیعی ریاضی بوده است. تجربه معاصر هم‌گواهی می‌دهد که حرف مشترک اغلب ریاضی‌دان‌ها در تخصص‌های مختلف، مسائل مربوط به فرایند یاددهی - یادگیری ریاضی است. به‌طور مثال، بحث‌هایی مانند این که «فلان مطلب بهتر است اجباری باشد»، «آن مطلب را اگر این‌طور درس بدهیم بهتر است»، و «مشکل یادگیری این مفهوم ریاضی، به این صورت است»، همگی ماهیت آموزش ریاضی دارند. به‌طور کلی، شکل‌گیری بسیاری از مسایل آموزش ریاضی، متأثر از دغدغه‌ها و دل‌مشغولی‌های معلمان ریاضی در سطح مدرسه و دانشگاه بوده و هست؛ مسایل و سؤال‌هایی که هر روز، ذهن آن‌ها را درگیر کرده است و مشتاق پیدا کردن راه‌حل‌های مناسب برای رفع آن دغدغه‌ها هستند. بنابراین، جدا کردن رشته آموزش ریاضی از منبع اصلی مسایل و انگیزه‌ها و دغدغه‌های آن، در واقع به معنی جدا کردن تحقیقات آموزشی از آزمایشگاه واقعی آن است. برای توضیح بیشتر، می‌توان به میزگردهای کنفرانس‌های بین‌المللی و ملی ریاضی توجه کرد که تمرکز اغلب آن‌ها، فرایند یاددهی - یادگیری ریاضی است و همگی، ماهیت آموزش ریاضی دارند که از آن جمله، می‌توان به میزگردهای آموزش ریاضی اولین [۳۱] و دومین کنفرانس ریاضی کشور [۲]، اشاره کرد.

در واقع، نگرانی نگارنده این است که در صورت جدایی آموزش ریاضی از ریاضی، ممکن است آموزشگران عمومی مسایلی را مطرح کنند و برای حل آن‌ها تلاش کنند که شاید آن مسایل، دغدغه‌های اصلی جامعه ریاضی و معلمان ریاضی نباشند و این روند، باعث ذهنی شدن این حوزه معرفتی و عقیم ماندن آن شود. در ضمن، رابطه تنگاتنگ بین ریاضی و آموزش ریاضی، باعث می‌شود تا راه‌حل‌های اصولی‌تری برای مسائل واقعی و اصلی آموزش ریاضی پیدا شوند که در نهایت، موجبات ارتقای یادگیری ریاضی و در نتیجه، اعتلای ریاضی در دپارتمان‌های ریاضی خواهد شد. بنابراین، وجود رشته آموزش ریاضی در دپارتمان‌های ریاضی، هم به رشد واقعی این رشته کمک می‌کند و هم، باعث رشد و اعتلای دپارتمان‌های ریاضی که میزبان این رشته هستند، می‌شود.

با استناد به مطالعات انجام شده، بدیهی است که جایگاه مناسب رشته آموزش ریاضی در ایران، دانشکده‌های علوم ریاضی است. گروه‌های ریاضی و دانشکده‌های علوم ریاضی برای بقا و رشد و ارتباط با دنیای واقعی، همانطور که درباره دانشگاه‌های آمریکا اتفاق افتاده؛ باید به ایجاد دوره‌های مختلف

کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، بازآموزی دبیران، کارشناسی ارشد دبیری ریاضی و ایجاد دکتری آموزش ریاضی بهر دازند.

برای ایجاد دوره‌های دکتری آموزش ریاضی در ایران، چه باید کرد؟

مطالعه سیر تاریخی ایجاد رشته‌های دکتری آموزش ریاضی در دنیا به‌طور عام، و در ایالات متحده آمریکا به‌طور خاص و چگونگی رشد و توسعه کنونی این رشته در دانشکده‌های علوم ریاضی، در دنیا و در ایالات متحده، می‌تواند الگوی مناسبی برای ایجاد رشته دکتری آموزش ریاضی در ایران باشد. این الگو، مشابه الگوی تأسیس رشته آموزش ریاضی در دانشگاه‌های کلمبیا و شیکاگو است که همان الگوی تأسیس رشته دکتری ریاضی در آن دانشگاه‌ها بود.

بنابراین، برنامه دکتری ریاضی در ایران نیز می‌تواند الگوی مناسبی برای تأسیس رشته دکتری آموزش ریاضی در ایران باشد.

الف) دکتری ریاضی

می‌توان وارد دوره دکتری ریاضی شد، درس رشته اصلی را در زمینه آموزش ریاضی گرفت و پایان‌نامه خود را در رشته آموزش ریاضی نوشت. این الگو در دانشگاه کرمان انجام گرفته است.

ب) دکتری آموزش ریاضی

الگوهای متفاوتی برای ورود به دوره دکتری ریاضی در ایران وجود دارد. در دانشگاه صنعتی شریف، برای پوشش دوره دکتری در ریاضی محض، ریاضی کاربردی و علوم کامپیوتر، ۱۱ موضوع مطرح شده و هر داوطلب باید ۳ موضوع از این یازده موضوع را انتخاب کند^۱ [پوست ۱].

با توجه به اینکه دو رشته آموزش ریاضی و آمار نیز در برنامه علوم ریاضی قرار دارد آهر دو رشته در گروه علوم ریاضی شورای برنامه‌ریزی وزارت علوم تصویب شده‌اند^۲، می‌توان با اضافه کردن دو موضوع آموزش ریاضی و آمار استنباطی به این یازده موضوع، تقریباً تمام رشته‌های علوم ریاضی را پوشش داد. مثلاً علاقه‌مندان به ادامه تحصیل در رشته آمار می‌توانند موضوع‌های آنالیز، احتمال و فرایندهای تصادفی و آمار استنباطی را برای امتحان ورودی خود انتخاب نمایند.

با توجه به مدل دانشکده‌های علوم ریاضی در آمریکا برای دکتری آموزش ریاضی، داوطلب می‌تواند «آموزش ریاضی» و دوتا از دوازده موضوع دیگر را به عنوان درس امتحان ورودی خود انتخاب نمایند.

داوطلب بعد از ورود به دوره دکتری آموزش ریاضی، باید حداقل ۱۲ واحد در آموزش ریاضی و ۸ واحد در دیگر رشته‌های علوم ریاضی انتخاب کند و موضوع اصلی امتحان جامع وی، باید در آموزش

(۱) این موضوعات از موضوعات کنگره بین‌المللی ریاضیات گرفته شده که شامل ۱۸ موضوع از جمله آموزش ریاضی می‌باشد.

ریاضی (مطالبی پیشرفته‌تر از دروس اجباری دوره کارشناسی‌ارشد آموزش ریاضی) و موضوع فرعی او در یکی از موضوعات علوم ریاضی باشد.

تبصره ۱. دارندگان مدرک کارشناسی‌ارشد در رشته‌های آموزش ریاضی، آمار، علوم کامپیوتر، فیزیک و مهندسی می‌توانند در آزمون دکتری آموزش ریاضی شرکت کنند.

تبصره ۲. پذیرفته‌شدگانی که مدرک کارشناسی‌ارشد آنها آموزش ریاضی نمی‌باشد، باید دروس اجباری کارشناسی‌ارشد آموزش ریاضی را به عنوان پیش‌نیاز علاوه بر ۲۰ واحد دروس دکتری خود بگذرانند.

جمع‌بندی

این مقاله، ابتدا به چرایی و چگونگی تأسیس و توسعه رشته آموزش ریاضی در دنیا پرداخت. سپس به دلیل اشتراکات برنامه‌های درسی تحصیلات تکمیلی ایران با برنامه‌های مشابه در ایالات متحده آمریکا، با ورود به وب سایت‌های ۱۲ دانشگاه معروف آمریکا وضعیت آموزش ریاضی در حال حاضر، مورد مطالعه قرار گرفت. نتیجه مطالعه نشان داد که مجدداً، دانشکده‌های علوم ریاضی در بسیاری از دانشگاه‌های آمریکا، به تأسیس و توسعه دوره‌های تحصیلات تکمیلی آموزش ریاضی پرداخته‌اند. یکی از علت‌های اصلی چنین تمایلی، نیاز اجتماعی به پاسخگو کردن دانشگاه‌ها در مقابل ضرورت اشتغال بعد از فارغ‌التحصیلی است. این مسأله تا آنجا مورد توجه قرار گرفته است که کنفرانس‌های متعددی در رابطه با تشویق فارغ‌التحصیلان ریاضی به ادامه تحصیل در دوره‌های دکتری آموزش ریاضی در دانشکده‌های علوم ریاضی منجر شده است.

در پایان، این مقاله با استناد به مطالعات انجام شده، به این جمع‌بندی رسید که با توجه به ویژگی‌های بومی و کنونی جهان، جایگاه اصلی و واقعی دوره‌های کارشناسی‌ارشد و دکتری آموزش ریاضی در ایران در دانشکده علوم ریاضی است و شورای عالی برنامه‌ریزی نیز با درایت و آینده‌نگری، بر این مهم تأکید داشته است و به همین علت، مجوز تأسیس دوره کارشناسی‌ارشد آموزش ریاضی را در کمیته علوم ریاضی گروه پایه صادر کرده است. با این حال، بر ماهیت بین رشته‌ای «آموزش ریاضی» به عنوان یک حوزه معرفتی، تأکید شده است.

مراجع

- [1] Department of Mathematics at MIT /undergraduate study: Course 18 Major, www-math.mit.edu/undergraduate/major.html

[۲] گزارش دومین کنفرانس ریاضی ایران، دانشگاه صنعتی شریف، فروردین ۱۳۵۰.

- [۳] آرتیک، میشل. (۱۹۹۹). یادگیری و یاددهی ریاضیات در سطح دانشگاه: مسایل اساسی تحقیقات نوین در زمینه آموزش. ترجمه سپیده چمن‌آرا (۱۳۸۲)، نشر ریاضی، سال ۱۳، شماره ۲، صص ۴۹ تا ۵۶. مرکز نشر دانشگاهی.
- [4] Reys, R. E. (2000). Doctorates in Mathematics Education: An Acute Shortage. *Notices of the AMS*, 1267-1270.
- [5] Kilpatrick, J. (1994). Mathematics Education, History of ... In T. Husen and T. N. Postlethwaite (Editors-in-chief): *The International Encyclopedia of Education* (2nd Edition). Vol 6, 3643-3647.
- [6] Howson, G. (1990). Mathematics Education: A historical view. *Impact of Science on Society*. 160: 303-313
- [۷] در باب برنامه درسی ریاضیات دبیرستان (۱۹۶۱). ترجمه جواد حاجی بابایی، ۱۳۷۵. مجله رشد آموزش ریاضی، شماره ۴۶، صفحه ۲ تا ۷، گروه ریاضی دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
- [۸] گویا، زهرا. (۱۳۸۱). یادداشت سردبیر. مجله رشد آموزش ریاضی، شماره ۶۷، صفحه‌های ۲ و ۳. دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
- [۹] گویا، زهرا. (۱۳۷۵). گزارشی از هشتمین کنفرانس بین‌المللی آموزش ریاضی در سویل، مجله رشد آموزش ریاضی، شماره ۴۶، صفحه ۳۲ تا ۳۴. گروه ریاضی دفتر برنامه‌ریزی و تألیف کتاب‌های درسی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
- [۱۰] گویا، زهرا. (۱۳۷۵). آموزش ریاضی چیست؟ مجموعه مقالات مدعوین اولین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، اصفهان، اداره کل آموزش و پرورش استان اصفهان.
- [۱۱] فدایی، محمدرضا. (۱۳۸۰) استعاره‌ای جدید برای مفهوم حد در آموزش ریاضی. رساله دکتری منتشر نشده، دانشگاه شهید باهنر کرمان.
- [12] Ph.D. in Mathematics Education, Department of Mathematics, Michigan State University,
www.math.msu.edu
- [13] Ph.D. degree in Mathematics Education, Department of Mathematics, Syracuse University,
www.math.syr.edu

- [14] Ph.D. program in Mathematics Education, Department of Mathematics, Illinois State University,
www.math.ilstu.edu
- [15] Ph.D. in Mathematics Education, Department of mathematics and statistics, American university,
www.mathstat.american.edu
- [16] Ph.D. in Mathematics Education Specialiation, Department of mathematical sciences, Montana Sate University,
www.math.montana.edu
- [17] Ph.D. of Mathematics Education Option, Department of Mathematical Sciences the University of Montana.
www.umt.edu/math/profile/math-ed.html
- [18] Ph.D. in Mathematics Education, Department of Mathematical Sciences, Northern Illinois university,
www.math.uiu.edu/mathed/doctorates.html
- [19] Ph.D. The Mathematics Education Program, Department of Mathematics, University of Arizona,
www.hedgehog.math.argona.edu/~merp/medphd.html
- [20] Doctoral Programs in Mathematics and Mathematics Education, The Department of Mathematics, Western Michingan University,
www.wmich.edu/math.stat/Phd.html
- [21] Ph.D. in Mathematics Education, Department of mathematics and statistics, Portland State University,
www.mth.pdx.edu/deg_reg/Mth_Ed_PHD_INFO.html
- [22] Doctor of Philosophy in Mathematics Education, School of Education,
www.edci.purdue.edu/math/mathdoctoral.html
- [23] Mathematics Education Graduate programs, School of Education, Indiana University. Bloomington,
www.indiana.edu/~mathed

- [24] Mathematics Education–M.A and Ph.D, Curriculum and Instruction, College of Education and Human Development, University of Minnesota, www.education.umn.edu/CI/Fields/math-grad.html
- [25] Doctoral Program in Mathematics Education, University of Missouri, Columbia, www.tiger.coe.missouri.edu/~mathed/
- [26] (SESAME), Graduate School of Education, UC Berkeley, www.gse.berkeley.edu/program/cd/programs/SESAME.html
- [27] M.S. in Mathematics with emphasis in Mathematics Education, Department of Mathematics, University of Minnesota, www.math.umn.edu/grad/mathed.html
- [28] Department of Mathematics, UC. Berkeley, www.math.berkeley.edu
- [29] CTFMS: Teach Math, Department of Mathematics, UC. Berkeley, www.math.berkeley.edu
- [30] Cognition and Development, Graduate school of Education, UC. Berkeley, www.gse.berkeley.edu/program/cd/cd.html

[۳۱] گزارش اولین کنفرانس ریاضی ایران، دانشگاه شیراز، فروردین ۱۳۴۹.

پیوست ۱

جدول مواد امتحانی کتبی مختلف برای امتحان دکتری ریاضی

داوطلب باید در سه ماده مختلف از یازده ماده زیر امتحان دهد

مصوب جلسه کمیته تحصیلات تکمیلی مورخ ۸۰/۸/۲۰ و

مصوب شورای دانشکده مورخ ۸۰/۹/۴

- (۱) آنالیز (آنالیز ۱، آنالیز ۲، توابع مختلط، آنالیز حقیقی)
- (۲) جبر (جبر ۱، جبر ۲، جبر خطی، جبر پیشرفته)
- (۳) هندسه (آنالیز ۳، هندسه دیفرانسیل، توپولوژی، هندسه منیفلد ۱، توپولوژی جبری)
- (۴) معادلات دیفرانسیل (معادلات دیفرانسیل، معادلات دیفرانسیل (۲) (معادلات با مشتقات پاره‌ای)، نظریه معادلات دیفرانسیل عادی، نظریه معادلات دیفرانسیل با مشتقات پاره‌ای)
- (۵) آنالیز عددی (آنالیز عددی ۱، آنالیز عددی ۲، آنالیز عددی پیشرفته)
- (۶) بهینه‌سازی (تحقیق در عملیات ۱، تحقیق در عملیات ۲، تحقیق در عملیات پیشرفته)
- (۷) احتمال و فرآیندهای تصادفی (آمار و احتمال ۱، ۲، فرآیند تصادفی ۱، نظریه احتمال)
- (۸) ترکیبیات (ریاضیات گسسته، آنالیز ترکیبی ۱، گراف و کاربرد)
- (۹) منطق (منطق ریاضی، نظریه مجموعه‌ها، نظریه مدلها)
- (۱۰) نظریه اعداد (جبر ۳ (نظریه گالوا)، نظریه اعداد، نظریه جبری اعداد ۱)
- (۱۱) علوم کامپیوتر (نظریه علوم کامپیوتر، زبانهای فرمال، نظریه اتوماتا)

تبصره ۱ دارندگان مدرک کارشناسی ارشد در رشته‌های ریاضی، آمار، علوم کامپیوتر، فیزیک و مهندسی می‌توانند در آزمون دکتری ریاضی شرکت کنند.

تبصره ۲ متقاضیان شرکت در آزمون دکتری باید ۳ ماده امتحانی از ۱۱ ماده امتحانی فوق را در فرم پیوست انتخاب نمایند.

تبصره ۳ زمان برگزاری آزمون از تاریخ ۸۲/۲/۲۵ لغایت ۸۲/۲/۲۷ خواهد بود.

بیژن ظهوری زنگنه

دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده ریاضی

پست الکترونیک: zangeneh@sina.sharif.edu

اصلاح شدهٔ مراجع مقالهٔ «روش‌های احتمالاتی در حل مسائل دترمینانتیک» نوشتهٔ دکتر بیژن ظهوری زنگنه مربوط به فرهنگ و اندیشهٔ ریاضی شماره پیاپی ۲۸

مراجع

- [1] Adams, M. and Guiliemin, V., *Measure Theory and Probability*, Wadsworth Inc, 1986.
- [2] Bass, R.F. *Probabilistic Techniques in Analysis*, Springer-Verlag 1995.
- [3] Billingsley, P., *Probability and Measure*, John Wiley and Sons, New York, 1995.
- [4] Breiman, L., *Probability*, Siam, Philadelphia, 1992.
- [5] Chung, K.L., *A Course in Probability Theory*, Academic Press, 1977.
- [6] Kac, M., *Statistical Independence in Probability, Analysis and Number Theory*. Mathematical Association of America (Carus Mathematical Monograph, no 12) 1959.
- [7] Karatzas and Shreve E., *Brownian Motion and Stochastic Calculus* Springer-Verlag New York 1988.
- [8] Lamperti, J., *Probability* W.A. Benjamin Inc 1966.
- [9] OKsendal, B., *Stochastic Differential Equations*, sixth edition, Springer-Verlag, Berlin 2003.
- [10] Revuz, D. and Yor, M., *Continuous Martingales and Brownian Motion*, Springer, Berlin 1992.
- [۱۱] در باب برنامه‌ریزی درسی دبیرستان، ترجمه جواد حاجی‌بابایی، رشد آموزش ریاضی شماره ۴۶، ۱۳۷۴.
- [۱۲] دوب، جوزف (ترجمه عطاءالله تقاء) سیر پیدایش دقت در احتمال ریاضی (۱۹۰۰-۱۹۵۰)، نشر ریاضی، سال ۱۲، شماره ۱ و ۲.
- [۱۳] ظهوری زنگنه، بیژن، نظریهٔ فرآیندهای تصادفی، جزوات درسی، دانشگاه صنعتی شریف.
- [۱۴] ظهوری زنگنه، بیژن، آنالیز تصادفی، جزوات درسی، دانشگاه صنعتی شریف.
- [۱۵] مامفرد، دیوید، ترجمه شاپور اعتماد، طلوع عصر روشهای تصادفی، نشر ریاضی سال ۱۳، شماره ۱.
- [۱۶] وینر، نوربرت، ترجمهٔ پرویز شهریاری، من یک ریاضیدانم، انتشارات فاطمی، خرداد ۱۳۶۸.